

گزینه ۱

۱

در کوتاه‌ترین طول موج رشته بالمر، $n = \infty$ و $n' = ۲$ است؛ بنابراین طبق رابطه زیر داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} Z^2 \Rightarrow \begin{cases} E_2 = -\frac{13/6}{2^2} 2^2 = -13/6 \text{ eV} \\ E_\infty = -\frac{13/6}{\infty^2} 2^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow E_\infty - E_2 = 0 + 13/6 = hf \Rightarrow 13/6 = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{13/6} = \frac{۴ \times 10^{-۱۵} \times ۳ \times 10^8}{13/6} = \frac{۱۲ \times 10^{-۷}}{13/6} = ۸۸ \text{ nm}$$

گزینه ۲

۲

گزینه ۲: نیروی کولنی گرچه دارای شدت کمتری است اما بلندتر است.

گزینه ۳: جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است.

گزینه ۴: نسبت تعداد نوترون به پروتون، از ۱ به ۱ تا ۱/۳ است؛ بنابراین دقیقاً یکسان نیست.

گزینه ۲

۳

با تقسیم بیشینه انرژی جنبشی بر اندازه بار الکترون، انرژی جنبشی را برحسب eV (الکترون-ولت) پیدا می‌نویسیم:

$$K_{\max 1} = \frac{\lambda \times 10^{-۱۹} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-۱۹} \text{ C}} = ۵ \text{ eV}$$

$$K_{\max 2} = \frac{1/6 \times 10^{-۱۹} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-۱۹} \text{ C}} = ۱ \text{ eV}$$

قانون پایستگی انرژی در پدیده فوتوالکتریک را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

$$hf_1 = W_0 + K_{\max 1} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = W_0 + ۵ \quad (۱)$$

$$hf_2 = W_0 + K_{\max 2} \Rightarrow \frac{hc}{2\lambda} = W_0 + ۱ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} W_0 = ۳ \text{ eV}$$

گزینه ۳

۴

گام اول

الف) اگر ضریب ثابت پلانک $۶/۶ \times 10^{-۳۴} \text{ J.s}$ ژول ثانیه باشد $h = ۶/۶ \times 10^{-۳۴} \text{ J.s}$

ب) این ضریب چند الکترون‌ولت ثانیه است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-۱۹} \text{ C}$) $h = ? (\text{eV.s})$

گام دوم

برای تبدیل ژول ثانیه به الکترون‌ولت ثانیه به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$h = ۶/۶ \times 10^{-۳۴} \text{ J.s} \xrightarrow{(1 \text{ J} = \frac{1}{1/6 \times 10^{-۱۹}} \text{ eV})} h = ۶/۶ \times 10^{-۳۴} \times \frac{1}{1/6 \times 10^{-۱۹}} = \frac{۳۳}{\lambda} \times 10^{-۱۵} \text{ eV.s}$$

از روی نمودار می‌توان نتیجه گرفت که پس از ۱۶ روز $\frac{1}{16}$ تعداد هسته‌های اولیه ماده پرتوزا باقی مانده است؛ بنابراین می‌توان نیمه‌عمر این ماده را محاسبه نمود:

$$N = \frac{\overset{\text{تعداد هسته‌های اولیه}}{N_0}}{2^n}$$

تعداد هسته‌های باقی‌مانده :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{16} N_0 &= \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 4 \\ n &= \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 = \frac{16}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ روز}$$

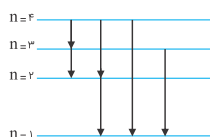
پس از گذشت ۸ روز داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=\frac{8}{4}=2} N = \frac{N_0}{2^2} = \frac{1}{4} N_0 \times 100 = 25\% N_0$$

با استفاده از رابطه ریاضی: $\frac{n(n-1)}{2} = \text{تعداد گذارها و شکل زیر تعداد گذارهای ممکن را به دست می‌آوریم:}$

$n = 4$ = شماره تراز که الکترون در آن قرار دارد

$$\text{تعداد گذارها} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$



گام اول

الف) فوتوالکترون‌هایی با بیشینه انرژی جنبشی $4 \times 10^{-19} \text{ J} \leftarrow K_{\max} = 4 \times 10^{-19} \text{ J}$

ب) تابع کار فلز $2/5 \text{ eV} \leftarrow W_0 = 2/5 \text{ eV}$

گام دوم

ابتدا انرژی جنبشی بیشینه را برحسب الکترون‌ولت محاسبه کرده و سپس طبق رابطه $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ ، طول موج λ را به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = 4 \times 10^{-19} \text{ J} = 4 \times 10^{-19} \times \frac{1}{1/6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 2/5 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 2/5 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 2/5$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{12 \times 10^{-7}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2/4 \times 10^{-7} \text{ m} = 240 \text{ nm}$$

در اتم هیدروژن تابش‌های رشته‌های پاشن، براکت و پفوند در ناحیه فروسرخ قرار دارند.

گام اول

الف) آزمایش فوتوالکتریکی با نوری با بسامد f_1 انجام می‌شود، اگر به جای آن از نوری با بسامد $2f_1$ استفاده شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون سه برابر می‌شود
 $f_2 = 2f_1$, $K_{\max 2} = 3K_{\max 1} \leftarrow$
 ب) بسامد آستانه برای فلز این آزمایش، چند f_1 است؟ \leftarrow ؟ $\frac{f_0}{f_1} = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ داریم:

$$\begin{cases} K_{\max 1} = hf_1 - W_0 \\ K_{\max 2} = hf_2 - W_0 = 2hf_1 - W_0 = 3K_{\max 1} \Rightarrow 2hf_1 - W_0 = 3hf_1 - 3W_0 \Rightarrow hf_1 = 2W_0 \xrightarrow{W_0 = hf_0} hf_1 = 2hf_0 \Rightarrow \frac{f_0}{f_1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

راه حل اول:

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$m = \frac{m_0}{\gamma^{\frac{1}{n}}} = \frac{m_0}{\gamma^n}$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{m_0}{\gamma^{n_A}}}{\frac{m_0}{\gamma^{n_B}}} = \gamma \Rightarrow \gamma^{n_A - n_B} = \gamma = \gamma^2 \Rightarrow n_A - n_B = 2$$

راه حل دوم:

باتوجه به مدت زمان یکسان Δt ، داریم:

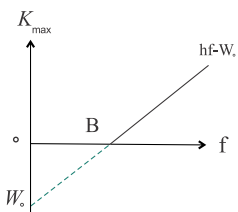
$$A \rightarrow \frac{A}{\gamma} \rightarrow \frac{A}{\gamma^2} : n_A = 2$$

$$B \rightarrow \frac{B}{\gamma} \rightarrow \frac{B}{\gamma^2} \rightarrow \frac{B}{\gamma^3} \rightarrow \frac{B}{\gamma^4} : n_B = 4$$

$$n_B - n_A = 4 - 2 = 2$$

گزینه "۲" صحیح است.

طبق رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ ، نمودار انرژی جنبشی بر حسب فرکانس ($K_{\max} - f$) به صورت خطی و به شکل زیر است ($W_0 > 0$):



$$W_o = 4 \text{ eV} \leftarrow 4 \text{ eV}$$

الف) تابع کار فلزی $W_o = 4 \text{ eV}$ $\leftarrow 4 \text{ eV}$ (ب) بلندترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون می‌شود، چند میکرون است؟ $\lambda_o = ? (\mu\text{m})$ (معادل است با کمترین بسامد یا بسامد آستانه)

با استفاده از رابطه $W_o = hf_o = h \frac{c}{\lambda_o}$ ، بلندترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون می‌شود را برحسب میکرون محاسبه می‌کنیم:

$$W_o = h \frac{c}{\lambda_o} \Rightarrow 4 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda_o} \Rightarrow \lambda_o = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 0.3 \mu\text{m}$$

با استفاده از معادلهٔ واپاشی هستهٔ ${}_{91}^{231}\text{Pa}$ و ماهیت ذرهٔ α (${}^4_2\text{He}$)، تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هستهٔ حاصل را به دست می‌آوریم:

$${}_{91}^{231}\text{Pa} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^A_Z\text{X} \Rightarrow \begin{cases} A + 4 = 231 \Rightarrow A = 227 \\ Z + 2 = 91 \Rightarrow Z = 89 \end{cases}$$

(تعداد پروتون‌ها)

$$\begin{cases} A = N + Z = 227 \\ Z = 89 \end{cases} \Rightarrow N + 89 = 227 \Rightarrow N = 138$$

(تعداد نوترون‌ها)

در هستهٔ یک اتم، نیروی هسته‌ای قوی، نیروی جاذبه‌ای (ربایش) است که بین نوکلئون‌ها وجود دارد و هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود وارد می‌کند.

باتوجه به شکل و اینکه در رشتهٔ طیف اتمی هیدروژن، الکترون بین دو مدار متوالی و دورتر از هسته، انرژی کمتر (طول موج بلندتر) دارد، گسیل D دارای طول موج بلندتری است.

$$\lambda_o = 2 \mu\text{m} = 2 \times 10^{-6} \text{ m} \leftarrow 0.2 \mu\text{m}$$

$$\lambda = 0.2 \mu\text{m} = 2 \times 10^{-7} \text{ m} \leftarrow \text{به کار رود}$$

$$K_{\max} = ? (\text{eV}) \leftarrow \text{بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون‌ها هنگام جدا شدن از فلز چند الکترون‌ولت است؟}$$

$$K_{\max} = hf - W_o = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_o}$$

با استفاده از رابطهٔ $K_{\max} = hf - W_o = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_o}$ ، بیشینهٔ انرژی جنبشی موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_o} \Rightarrow K_{\max} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{10^{-7}} - \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow 12 - 6 = 6 \text{ eV}$$

هنگام گذار الکترون از مدار n_2 به n_1 فوتونی با انرژی $۱۲/۷۵$ الکترون‌ولت تابش می‌شود، n_1 و n_2 کدام‌اند؟ ← $n_1 = ?$, $n_2 = ?$, $\Delta E = ۱۲/۷۵ \text{ eV}$

به کمک رابطه $\Delta E = -\frac{E_R}{n_2^2} - \frac{-E_R}{n_1^2}$ ، n_2 و n_1 را تعیین می‌کنیم:

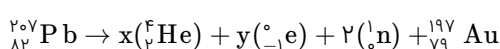
$$\Delta E = \frac{-E_R}{n_2^2} - \frac{E_R}{n_1^2} \Rightarrow ۱۲/۷۵ = -۱۳/۶ \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} = \frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = ۱ \\ n_2 = ۴ \end{cases}$$

نیروی هسته‌ای گرچه بسیار قوی است اما کوتاه‌برد است؛ بنابراین هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود نیروی هسته‌ای وارد می‌کند. نیروی کولنی در مقایسه با نیروی هسته‌ای، گرچه دارای شدت کمتری است اما بلند‌برد است و هر پروتون به تمام پروتون‌های موجود در هسته نیروی رانشی وارد می‌سازد.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۱^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda = ۱۰۰ \text{ nm}$$

این طول موج مربوط به رشته لیمان است.

معادله واپاشی عنصر سرب را که به عنصر طلا تبدیل می‌شود نوشته و باتوجه‌به ماهیت ذره‌های آلفا (${}^4_2\text{He}$) و بتا ${}^0_{-1}\text{e}$ و دو نوترون (${}^1_0\text{n}$)، تعداد ذرات α و β گسیلی را می‌یابیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} ۲۰۷ = (۴x) + (\cancel{۰ \times y}) + (۲ \times ۱) + ۱۹۷ \Rightarrow ۴x = ۸ \Rightarrow x = ۲ \quad (*) \\ ۸۲ = (۲x) + (-۱ \times y) + (\cancel{۲ \times ۰}) + ۷۹ \Rightarrow ۲x - y = ۳ \xrightarrow{(*)} y = ۱ \quad (*) \end{cases}$$

(تعداد ذرات آلفا) (*) (تعداد ذرات بتا) (*)

الف) تعداد هسته‌های اولیه یک مادهٔ رادیواکتیو ۱۶۰۰ است ← $N_0 = ۱۶۰۰$

ب) اگر نیمه‌عمر این ماده ۶ ساعت باشد ← $T_{1/2} = ۶ \text{ h}$

ج) بعد از چند ساعت ۲۰۰ هستهٔ آن فعال باقی می‌ماند؟ ← $N = ۲۰۰$, $t = ? (\text{h})$

باتوجه‌به رابطه $N = \frac{N_0}{۲^n}$ ، n را محاسبه کرده و در رابطه $n = \frac{t}{T_{1/2}}$ جایگذاری می‌کنیم تا t را به دست آوریم:

$$N = \frac{N_0}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱۶۰۰}{۲^n} = ۲^n \Rightarrow n = ۳$$

درنتیجه t برابر است با:

$$t = nT_{1/2} \Rightarrow t = ۱۸ \text{ h}$$

الف) بسامد نوری که بر الکتروند فلزی می‌تابد، ۴ برابر بسامد آستانه $f = 4f_0 \leftarrow$

ب) تابع کار این فلز $W_0 = 2 \text{ eV}$ است \leftarrow

ج) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون خارج شده از فلز چند ژول است؟ $K_{\max} = ? (\text{J}) \leftarrow$

با استفاده از رابطه‌های $W_0 = hf_0$ و $K_{\max} = hf - W_0$ ، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4hf_0 - W_0$$

$$\xrightarrow{W_0 = hf_0} K_{\max} = 4W_0 - W_0 = 3W_0$$

$$K_{\max} = 3W_0 \Rightarrow K_{\max} = 3 \times 2 = 6 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow K_{\max} = 6 \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J} = 9/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

الف) پس از گذشت ۵ نیمه‌عمر $n = 5 \leftarrow$

ب) چند درصد از هسته واپاشیده می‌شود؟ \leftarrow $\frac{N_0 - N}{N_0} \times 100 = ?$

ابتدا با استفاده از رابطه $N^n = \frac{N_0}{2^n}$ ، N را برحسب N_0 محاسبه کرده و در رابطه $\frac{N_0 - N}{N_0} \times 100$ جایگذاری می‌کنیم تا درصد واپاشیده شدن هسته به دست آید:

$$N^n = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^5} = \frac{1}{32} N_0 \quad (*)$$

$$\text{درصد واپاشی هسته} : \frac{N_0 - N}{N_0} \times 100 \stackrel{(*)}{=} \frac{N_0 - \frac{1}{32} N_0}{N_0} \times 100 = \left(1 - \frac{1}{32}\right) \times 100 \approx 97\%$$

طول موج پیرانرژی‌ترین فوتون مربوط به رشته‌ی بالمر تقریباً چند نانومتر؟ \leftarrow $n' = 2$, $n = \infty$, $\lambda = ?$

با استفاده از رابطه‌ی ریدبرگ، طول موج موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$n = \infty \quad , \quad n' = 2 \quad , \quad R_H = 0.01 (\text{nm})^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - 0 \right) \Rightarrow \lambda = 400 \text{ nm}$$

با گسیل ذره‌ی بتا (${}_{-1}^0\text{e}$)، عدد جرمی ثابت و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد، پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

رد گزینه‌ی ۱: نیمه‌عمر عنصر پرتوزا همواره ثابت است.

رد گزینه‌ی ۳: هرچه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، هسته پایدارتر است.

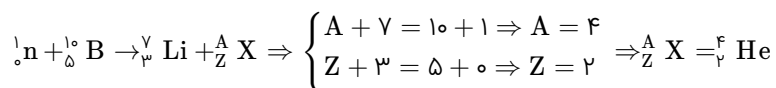
رد گزینه‌ی ۴: باتوجه به ماهیت ذره‌ی آلفا (${}^4_2\text{He}$)، هنگامی که از هسته‌ای فقط ذره‌ی آلفا گسیل می‌شود، عدد جرمی آن چهار واحد کاهش می‌یابد.

نیروی هسته‌ای بین ذرات به نوع آن‌ها (پروتون و نوترون بودن) بستگی ندارد و علت نامیدن پروتون و نوترون با نام عام نوکلئون همین است.

با استفاده از معادلهٔ $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ نسبت انرژی $\frac{E_3}{E_2}$ را به دست می‌آوریم:

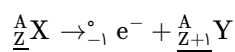
$$\frac{E_3}{E_2} = \frac{-\frac{E_R}{2^2}}{-\frac{E_R}{3^2}} = \frac{9}{4}$$

معادلهٔ واکنش هسته‌ای را کامل کرده و X را تعیین می‌کنیم:



باتوجه‌به اینکه ${}_2^4\text{He}$ همان ذرهٔ α است، گزینهٔ "۱" صحیح است.

باتوجه‌به شکل مسئله، واپاشی بتا را داریم که طی آن در هسته، یک نوترون با گسیل الکترون به پروتون تبدیل می‌شود:



پس تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزایش می‌یابد و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} Z_2 = Z_1 + 1 \\ A_2 = A_1 \Rightarrow Z_2 + N_2 = Z_1 + N_1 \end{cases} \Rightarrow Z_1 + 1 + N_2 = Z_1 + N_1 \Rightarrow N_2 = N_1 - 1$$

گام اول: پنجمین خط طیف اتم هیدروژن در رشتهٔ بالمر ($n' = 2$) در گذار الکترون از $n = n' + 5 = 7$ به $n' = 2$ رخ می‌دهد. طبق رابطهٔ $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})$ ، طول‌موج این خط برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{1000}(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{1000}(\frac{45}{49 \times 4}) \Rightarrow \lambda \simeq 396 \text{ nm}$$

گام دوم: طول‌موج خطوط چهارم، پنجم و ... در رشتهٔ بالمر در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند.

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}mv'^2 &= \frac{1200}{1000} - 3 = 1 \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1200}{1000} - 3 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

الف) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ۲ الکترون‌ولت است $K_{\max} = 2 \text{ eV}$ ←

ب) اگر از چشمه نوری با بسامد دو برابر حالت قبل استفاده کنیم $f' = 2f$ ←

ج) بیشینه انرژی جنبشی ۶ الکترون‌ولت خواهد شد $K'_{\max} = 6 \text{ eV}$ ←

د) تابع کار فلز چند الکترون‌ولت است؟ $W_0 = ?$ ←

رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ را برای هر دو حالت نوشته و به کمک دستگاه دو معادله، دو مجهول تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

حالت اول: $K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow 2 = hf - W_0$

حالت دوم: $K'_{\max} = hf' - W_0 \Rightarrow 6 = 2hf - W_0$

$$\begin{cases} 2 = hf - W_0 \\ 6 = 2hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 = -2hf + 2W_0 \\ 6 = 2hf - W_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{این دو رابطه را باهم جمع می‌کنیم}} W_0 = 2 \text{ eV}$$

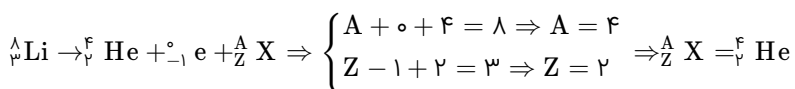
باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$n_1 = 1 \Rightarrow n_2 = 5$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \text{واحد انرژی ریذبرگ}$$

$$E_5 - E_1 = -\frac{E_R}{5^2} - \left(-\frac{E_R}{1^2}\right) = E_R - \frac{E_R}{25} = \frac{24}{25}E_R = 0.96E_R$$

معادله واپاشی هسته عنصر ${}^6_3\text{Li}$ که از خود ذره آلفا (${}^4_2\text{He}$) و ذره بتا (${}^0_{-1}\text{e}$) گسیل می‌کند، نوشته و عنصر تشکیل‌شده را مشخص می‌کنیم:



اگر از سبک‌ترین اتم‌ها به سنگین‌ترین آن‌ها برویم، عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) افزایش می‌یابد و با افزایش عدد اتمی نیروی رانشی الکتریکی بین آن‌ها افزایش یافته و سبب ناپایداری هسته می‌شود. پس به تعداد نوترون‌های بیشتری نیاز است تا نیروی رایش هسته‌ای را افزایش دهند، بنابراین نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

گسیل القایی هنگامی رخ می‌دهد که یک فوتون، اتم برانگیخته را وادار می‌کند تا با گسیل یک فوتون دیگر با همین بسامد به حالت پایین‌تر یا حالت پایه برود.

۲ فوتون + اتم \Rightarrow فوتون* + اتم

پرتوهای فرسرخ در رشته‌های پاشن، براکت، پفوند تابش می‌شوند.

در واپاشی گاما از تعداد نوکلئون‌ها ثابت می‌ماند. عدد اتمی و عدد جرمی تغییر نمی‌کند و هسته که در حالت برانگیخته است، با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسد.

الف) نیمه عمر یک مادهٔ رادیواکتیو ۲ ساعت است $T_{\frac{1}{2}} = 2h$

ب) پس از چند ساعت، $\frac{1}{128}$ هسته های اولیه، فعال باقی می ماند؟ $\leftarrow (h) \text{ } t = ?$, $N = \frac{1}{128} N_0$

باتوجه به روابط $N = \frac{N_0}{2^n}$ و اینکه $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ مدت t را محاسبه می کنیم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{128} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 7$$

حال n و $T_{\frac{1}{2}}$ را در رابطه $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ جایگذاری کرده و t را به دست می آوریم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t = 7 \times 2 = 14 h$$

بلندترین طول موجی که جذب اتم هیدروژن در حالت پایه می شود، چند نانومتر؟ $\leftarrow (\text{nm}) \text{ } \lambda_{\max} = ?$, $n = 2$, $n' = 1$ (زیرا باید کمترین انرژی ممکن را داشته باشد)

با استفاده از رابطهٔ ریذبرگ، طول موج موردنظر را محاسبه می کنیم:

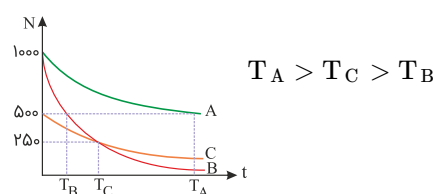
$$n' = 1 \text{ , } n = 2 \text{ , } R_H = 1.097 \times 10^7 (\text{nm})^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1097} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{1097}{3} \text{ nm}$$

باتوجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{-E_R}{n_1^2}}{\frac{-E_R}{n_2^2}} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = \left(\frac{2}{1} \right)^2 = 4$$

باتوجه به نمودار زیر می توان نتیجه گرفت:



الف) تابع کار فلز $W_0 = 4 \text{ eV}$ است $\leftarrow W_0 = 4 \text{ eV}$

ب) بلندترین طول موج الکترومغناطیسی که می‌تواند سبب گسیل فوتوالکترون شود، چند نانومتر است؟ \leftarrow بلندترین طول موج همان طول موج آستانه است:
 $\lambda_0 = ? \text{ nm}$

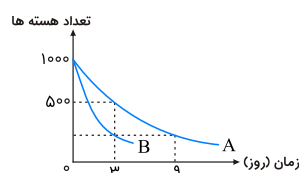
با استفاده از رابطه $W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ ، بلندترین طول آستانه را می‌یابیم:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{h \times 4 \times 10^{-10} \text{ eV} \cdot s}{c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{4 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^8}{4} = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

مطابق نمودار مشاهده می‌شود تعداد هسته‌های ماده A پس از ۳ روز از ۱۰۰۰ هسته به ۵۰۰ هسته می‌رسد و این یعنی نیمه‌عمر ماده پرتوزای A، ۳ روز است. حال با استفاده از رابطه نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های ماده A را پس از ۹ روز محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{1000}{2^{\frac{9}{3}}} = 125$$

به این ترتیب باتوجه به نمودار مشاهده می‌شود تعداد هسته‌های ماده پرتوزای B، پس از ۳ روز از ۱۰۰۰ هسته به ۱۲۵ هسته رسیده است:



$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 125 = \frac{1000}{2^{\frac{9}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{9}{T}} = 8 \Rightarrow 2^{\frac{9}{T}} = 2^3 \Rightarrow \frac{9}{T} = 3 \Rightarrow T = 3$$

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{1}{32} N_0 = \frac{N_0}{2^t} \Rightarrow t = 5 \text{ روز}$$

ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان (تعداد پروتون) و جرم‌های متفاوت‌اند.

راه حل اول:

اگر مقدار اولیه ماده را ۱۰۰٪ فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$100\% \xrightarrow{T} 50\% \xrightarrow{T} 25\% \xrightarrow{T} 12.5\%$$

یعنی بعد از گذشت ۳ نیمه‌عمر ۱۲/۵٪ از ماده اولیه باقی مانده و ۸۷/۵٪ متلاشی شده است.

$$t = nT \Rightarrow 24 = 3T \Rightarrow T = 8 \text{ ساعت}$$

راه حل دوم:

۸۷/۵٪ از هسته‌های ماده رادیواکتیو واپاشیده شده است یعنی هنوز ۱۲/۵٪ از این ماده باقی مانده است.

باتوجه به رابطه بین تعداد هسته‌های اولیه (N_0) و تعداد هسته‌های سالم (N) بعد از مدت زمان t ، داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{12.5}{100} = \frac{1}{2^{\frac{24}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{24}{T}} = 8 = 2^3 \Rightarrow \frac{24}{T} = 3 \Rightarrow T = 8 \text{ ساعت}$$

الف) نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا ۱۰ ساعت $\leftarrow T_{\frac{1}{2}} = 10 \text{ h}$
 ب) پس از ۴۰ ساعت، ۱۵ گرم از این ماده واپاشیده شود $\leftarrow t = 40 \text{ h}, m_0 - m = 15 \text{ g}$
 ج) جرم اولیهٔ آن چند گرم؟ $\leftarrow m_0 = ? (\text{g})$

ابتدا به کمک رابطهٔ $t = nT_{\frac{1}{2}}$ ، n را محاسبه کرده و در رابطهٔ $N^n = \frac{N_0}{N}$ قرار داده و با استفاده از داده‌های مسئله، جرم اولیه را به دست می‌آوریم:

$$t = nT_{\frac{1}{2}} \Rightarrow 40 = n \times 10 \Rightarrow n = 4$$

$$m_0 - m = 15 \text{ g} \Rightarrow m = m_0 - 15$$

$$N^n = \frac{N_0}{N} \xrightarrow{\frac{N_0 - m_0}{N} = \frac{m_0}{N}} N^n = \frac{m_0}{m} \Rightarrow N^4 = \frac{m_0}{m_0 - 15} \Rightarrow 16m_0 - 240 = m_0 \Rightarrow m_0 = 16 \text{ g}$$

*نکته: نسبت تعداد هسته‌های پرتوزای یک ماده، قبل و بعد از پرتوزایی، با نسبت جرم‌های آن ماده در این حالت‌ها، برابر است: $\frac{N_0}{N} = \frac{m_0}{m}$

باتوجه به ${}^4_2\text{H}$ ، X را تعیین می‌کنیم:

$${}^{30}_{15}\text{P} + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{27}_{13}\text{Al} + {}^4_2\text{He} \Rightarrow \begin{cases} 27 + 4 = A + 30 \Rightarrow A = 1 \\ 13 + 2 = Z + 15 \Rightarrow Z = 0 \end{cases} \Rightarrow {}^1_0\text{X}$$

باتوجه به فرمول شیمیایی فوق، می‌یابیم که X نوترون است.

الف) تابع کار فلزی 6 eV است $\leftarrow W_0 = 6 \text{ eV}$
 ب) بسامد آستانه برای این فلز چند هرتز است؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})$ $\leftarrow f_0 = ?$

باتوجه به رابطهٔ $W_0 = hf_0$ ، بسامد آستانه فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow 6 = 4 \times 10^{-15} \times f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{6}{4 \times 10^{-15}} = 1/5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در تراز n م برابر است با:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

بنابراین در حالت اولیه داریم:

$$-\frac{E_R}{n^2} = -\frac{E_R}{16} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$$

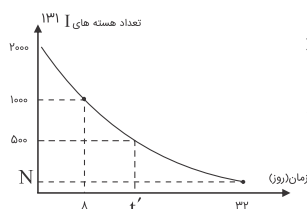
طبق رابطهٔ ریذبرگ برای فوتون تابش‌شده، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{1}{\frac{1600}{15}} &= \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{15}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \\ \Rightarrow \frac{15}{16} &= \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{15}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow \frac{16}{16} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n'^2 = 1 \Rightarrow n' = 1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} E &= nhf \\ P &= \frac{E}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P \cdot t = nhf$$

$$33 \times 60 = n \times 6/6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow n = 5 \times 10^{21}$$

باتوجه به نمودار زیر، پس از گذشت ۸ روز، تعداد هسته‌های ید نصف می‌شود؛ پس نیمه‌عمر ۸ روز است: $T = 8$. مطابق نمودار با گذشت دو نیمه‌عمر تعداد هسته‌ها به ۵۰۰ عدد می‌رسد، بنابراین: روز $t' = 16$.
حال برای تعیین تعداد هسته‌ها پس از ۳۲ روز از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم:



$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{T=8 \text{ روز}, t=32 \text{ روز}} n = \frac{32}{8} = 4$$

$$\gamma^n = \frac{N_0}{N} \xrightarrow{N_0=1000, N=500} N = \frac{1000}{2^4} = 125$$

با استفاده از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad (I)$$

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \quad (II)$$

باتوجه به صورت سؤال، بیشینه انرژی جنبشی چهار برابر و بسامد k برابر شده؛ درنتیجه داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} (II) \xrightarrow{K'_{\max}=4K_{\max}, f'=kf} 4K_{\max} &= khf - W_0 \\ \times 4 \text{ طرفین رابطه (I): از طرفی} &\Rightarrow 4K_{\max} = 4hf - 4W_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow 4hf - 4W_0 = khf - W_0$$

$$\Rightarrow k = 4 - \frac{3W_0}{hf} \xrightarrow{W_0=hf_0} k = 4 - \frac{3f_0}{f} < 4$$

در ضمن k باید بزرگ‌تر از ۱ باشد؛ زیرا با افزایش بیشینه انرژی جنبشی، فرکانس هم افزایش می‌یابد ($k > 1$).
بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

باتوجه به اینکه طول موج فوتون، $112/5$ نانومتر است و این عدد، در گستره طول موج امواج فرابنفش است، مربوط به رشته لیمان است و $n' = 1$ است؛ پس:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{112/5} = 0.01 \times \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{5}{112} = 1 - \frac{1}{n^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

الف) بعد از مدتی معادل ۳ نیمه عمر ← $n = ۳$

ب) چند درصد از هسته واپاشی نشده باقی می ماند؟ ← $\frac{N}{N_0} \times 100 = ?$

به کمک رابطه $\lambda^n = \frac{N}{N_0}$ ، درصدی از هسته که واپاشی نشده را محاسبه می کنیم:

$$\lambda^n = \frac{N}{N_0} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{\lambda^3} = \frac{1}{8} \quad (*)$$

$$\text{درصد واپاشی نشده هسته} : \frac{N}{N_0} \times 100 \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{8} \times 100 = 12.5\%$$

ابتدا با استفاده از رابطه $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ شماره تراز n و در ادامه انرژی لازم برای آنکه الکترون از تراز n به تراز $n + 1$ برود را محاسبه می کنیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow -0.85 = \frac{-13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4, n + 1 = 5$$

$$\frac{E_5}{E_4} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \Rightarrow E_5 = -0.85 \times \frac{16}{25}$$

$$\Delta E = E_5 - E_4 = (-0.85 \times \frac{16}{25}) - (-0.85) = 0.85 \left(\frac{-16}{25} + 1\right) = 0.85 \times \frac{9}{25} = 0.306 \text{ eV}$$

الف) بسامد آستانه برای فلزی 10^{15} هرتز ← $f_0 = 10^{15} \text{ Hz}$

ب) تابع کار فلز چند الکترون ولت است؟ ← $W_0 = ? (\text{eV})$

با استفاده از معادله $W_0 = hf_0$ تابع کار فلز را برحسب الکترون ولت می یابیم:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 10^{15} = 4 \text{ eV}$$

$${}_{93}^{239}\text{Np} \rightarrow {}_{-1}^0\text{e}^- + {}_Z^AX \Rightarrow \begin{cases} A = 239 \\ Z = 93 + 1 = 94 \end{cases} \Rightarrow {}_{94}^{239}\text{X} = {}_{94}^{239}\text{Pu} \text{ پلوتونیوم}$$

واکنش مسئله را کامل کرده و X را مشخص می کنیم:

$${}_{92}^{239}\text{U}^* \rightarrow {}_Z^AX + {}_{93}^{239}\text{Np} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z + 93 = 92 \Rightarrow Z = -1 \end{cases} \Rightarrow {}_Z^AX = {}_{-1}^0\text{X}$$

در نتیجه ${}_{-1}^0\text{X}$ ، الکترون است.

الف) تابع کار فلزی $W_0 = 4 \text{ eV} \leftarrow 4 \text{ eV}$

ب) هنگامی که طول موج نور به کاررفته 200 nm است $\lambda = 200 \text{ nm} = 2 \times 10^{-7} \text{ m}$

ج) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون ها چند eV است؟ $K_{\max} = ? (\text{eV})$

به کمک رابطه $K_{\max} = hf - W_0 = h\frac{c}{\lambda} - W_0$ ، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون ها را برحسب الکترون ولت می یابیم:

$$K_{\max} = h\frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{-7}} - 4 = 6 - 4 = 2 \text{ eV}$$

الف) طول موج آستانه، $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$

ب) اگر به آن فلز نور تک رنگی با بسامد $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ بتابانیم $f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

ج) تابع کار فلز چند ژول است و آیا پدیده فوتوالکتریک رخ می دهد یا خیر؟ $W_0 = ? (\text{J})$ ، $\lambda_0 ? \lambda$

با استفاده از معادله $W_0 = hf_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$ ، تابع کار را محاسبه می کنیم. برای اینکه متوجه شویم پدیده فوتوالکتریک رخ می دهد یا خیر، ابتدا به کمک معادله $\lambda = \frac{c}{f}$ ، طول موج را به دست آورده و با طول موج آستانه (λ_0) مقایسه می کنیم:

$$W_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow W_0 = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 3.96 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 0.6 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.6 \mu\text{m}$$

باتوجه به اینکه $\lambda > \lambda_0$ است، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی دهد.

الف) بسامد آستانه فلزی $1/2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ هرتز $f_0 = 1/2 \times 10^{15} \text{ Hz}$

ب) تابع کار این فلز چند الکترون ولت است؟ $W_0 = ? (\text{eV})$

به کمک معادله $W_0 = hf_0$ تابع کار فلز را برحسب الکترون ولت به دست می آوریم:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 1/2 \times 10^{15} = 4/2 \text{ eV}$$

الف) فلز با نوری به طول موج 600 nm روشن شود $\leftarrow \lambda_0 = 600 \text{ nm}$

ب) تابع کار سه فلز A، B و C به ترتیب $2/26$ ، $4/24$ و $4/37$ الکترون-ولت $\leftarrow W_{0C} = 4/37 \text{ eV}$ ، $W_{0B} = 4/24 \text{ eV}$ ، $W_{0A} = 2/26 \text{ eV}$

ابتدا با استفاده از رابطه $W_0 = hf_0 = h \frac{c}{\lambda_0}$ ، تابع کار مربوط به طول موج داده شده را محاسبه کرده و در نهایت فلزی که تابع کارش از مقدار تابع کار مربوط به طول موج داده شده کمتر باشد، تا بتواند فوتوالکترون گسیل کند، را تعیین می‌کنیم:

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow W_0 = 4/14 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 2/07 \text{ eV}$$

باتوجه به اینکه تابع کار فوق از تابع کار هر سه فلز کمتر است، طول موج موردنظر نمی‌تواند فوتوالکترون از سطح فلزها گسیل کند.

گام اول: طول موج فوتون موردنظر را به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه انرژی فوتون برحسب الکترون دست داده شده از رابطه $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ استفاده می‌کنیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4 \times 10^{-7} \text{ eV}} \Rightarrow \lambda = 310 \times 10^7 \text{ nm} = 3/1 \text{ m}$$

طول موج به دست آمده در ناحیه امواج رادیویی است.

حداقل انرژی لازم برای اینکه پدیده فوتوالکتریک رخ دهد باید بیشتر از تابع کار باشد:

$$hf_{\min} > W_0$$

پس هنگامی که انرژی فوتون برای انجام این پدیده کافی نیست، باید از فوتون‌های با انرژی بیشتر و طول موج کمتر و یا از فلزی که تابع کار کمتری دارد، استفاده کنیم.

$$hf = W_0 + K_{\max} \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\frac{v_{\max B}}{v_{\max A}} = \sqrt{\frac{K_{\max B}}{K_{\max A}}} = \sqrt{\frac{\frac{hc}{\lambda} - W_{0B}}{\frac{hc}{\lambda} - W_{0A}}} = \sqrt{\frac{6-2}{6-4}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 6$$

از روی شکل می‌توان متوجه شد که روی محور x عدد $50 \mu\text{m}$ برابر با 2λ است:

$$\lambda = 25 \mu\text{m} = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$E_{\text{فوتون}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{25 \times 10^{-6}} = 4/8 \times 10^{-7} \text{ eV}$$

الف) تابش الکترومغناطیسی با بسامد $\lambda/5 \times 10^{14}$ هرتز $f = \lambda/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ←
 ب) سطح فلزی که تابع کار آن $2/5 \text{ eV}$ الکترون‌ولت $W_0 = 2/5 \text{ eV}$ ←
 ج) اگر ثابت پلانک $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ باشد 4×10^{-15} ←
 د) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون‌ولت است؟ $K_{\max} = ? (\text{eV})$ ←

با استفاده از معادله $K_{\max} = hf - W_0$ ، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را برحسب الکترون‌ولت محاسبه می‌کنیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4 \times 10^{-15} \times \lambda/5 \times 10^{14} - 2/5 = 3/4 - 2/5 = 1/9 \text{ eV}$$

ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسان و بار هسته یکسان دارند و تعداد نوکلئون‌هایشان نابرابر است. پس انرژی بستگی هسته‌شان به دلیل تفاوت در تعداد نوکلئون باهم متفاوت است.

معادله واپاشی اورانیوم ($^{238}_{92}\text{U}$) را نوشته و باتوجه به ماهیت ذره α (^4_2He)، تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های عنصر ایجادشده را به دست می‌آوریم:

$$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^A_Z\text{X} \Rightarrow \begin{cases} A + 4 = 238 \Rightarrow A = 234 \\ Z + 2 = 92 \Rightarrow Z = 90 \end{cases} \text{ (تعداد پروتون)}$$

$$\begin{cases} A = N + Z = 234 \\ Z = 90 \end{cases} \Rightarrow N + 90 = 234 \Rightarrow N = 144 \text{ (تعداد نوترون‌ها)}$$

الف) تابع کار فلزی 4 eV است $W_0 = 4 \text{ eV}$ ←
 ب) اگر بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده 8 eV باشد $K_{\max} = 8 \text{ eV}$ ←
 ج) بسامد پرتو فرودی به این فلز چندبرابر بسامد آستانه است؟ $\frac{f}{f_0} = ?$ ←

باتوجه به رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ ، hf را به دست آورده و نسبت $\frac{hf}{hf_0} = \frac{f}{f_0}$ را که همان $\frac{hf}{W_0}$ است محاسبه می‌کنیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow 8 = hf - 4 \Rightarrow hf = 12 \text{ eV}$$

$$\frac{hf}{hf_0} = \frac{hf}{W_0} = \frac{f}{f_0} \Rightarrow \frac{f}{f_0} = \frac{12}{4} = 3$$

اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های هسته (نوکلئون‌ها) از جرم هسته اندکی بزرگ‌تر است و این اختلاف جرم در موقع تشکیل هسته ایجاد می‌شود.

الف) نیمه عمر مادهٔ پرتوزا ۵ شبانه روز $\leftarrow T_{\frac{1}{2}} = 5$ شبانه روز ۲۰ پس از ۷۵ گرم آن واپاشیده شود $\leftarrow m_o - m_1 = 75 \text{ g}$, شبانه روز ۲۰ $t_1 = 20$ (ج) پس از چند شبانه روز تنها ۲/۵ گرم از آن باقی می ماند؟ $\leftarrow t_2 = ?$, $m_2 = 2/5 \text{ g}$

*نکته: نسبت تعداد هسته های پرتوزای یک ماده، قبل و بعد از پرتوزایی، با نسبت جرم های آن ماده در این حالت ها، برابر است: $\frac{N_o}{N} = \frac{m_o}{m}$ باتوجه به این نکته به حل سؤال می پردازیم:

ابتدا به کمک رابطهٔ $t = nT_{\frac{1}{2}}$ (برای ۲۰ شبانه روز مقدار)، مقدار n را محاسبه کرده و در رابطهٔ $\frac{N_o}{N} = \frac{m_o}{m}$ قرار می دهیم تا جرم اولیهٔ عنصر پرتوزا به دست آید:

$$t_1 = n_1 T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow n_1 = \frac{20}{5} = 4$$

$$m_o - m_1 = 75 \text{ g} \Rightarrow m_1 = m_o - 75$$

$$\frac{m_o}{m_1} = \frac{m_o}{m_o - 75} \Rightarrow \frac{m_o}{m_o - 75} = \frac{1}{2/5} \Rightarrow m_o = 10 \text{ g}$$

حال دوباره با استفاده از رابطهٔ $\frac{N_o}{N} = \frac{m_o}{m}$ زمان سپری شده تا ۲/۵ گرم از عنصر باقی بماند را به دست می آوریم:

$$\frac{m_o}{m_2} = \frac{m_o}{m_2} \Rightarrow \frac{m_o}{m_2} = \frac{10}{2/5} = 25 \Rightarrow n_2 = 5$$

$$t_2 = n_2 T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow t_2 = 5 \times 5 = 25 \text{ شبانه روز}$$

کوتاه ترین و بلندترین طول موجی که در رشتهٔ پاشن گسیل می شوند، چند نانومتر؟ و در چه ناحیه ای از طیف موج الکترومغناطیسی؟

$$\begin{cases} \lambda_{\min} = ? (\text{nm}) : n' = 3, n = \infty \\ \lambda_{\max} = ? (\text{nm}) : n' = 3, n = 4 \end{cases}$$

در رشتهٔ پاشن گسترهٔ طول موج ها در ناحیهٔ فروسرخ است. با استفاده از رابطهٔ ریذبرگ طول موج های خواسته شده را محاسبه می کنیم: کوتاه ترین طول موج:

$$n = \infty, n' = 3, R_H = 1.097 \times 10^7 (\text{nm})^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{1097} \left(\frac{1}{9} - 0 \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 900 \text{ nm}$$

بلندترین طول موج:

$$n = 4, n' = 3, R_H = 1.097 \times 10^7 (\text{nm})^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1097} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} \approx 2054 \text{ nm}$$

طبق رابطهٔ $\Delta E = \Delta M c^2$ هرچه اختلاف جرم مجموع نوترون ها و پروتون ها (نوکلئون ها) از هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر است و آن هسته پایدارتر است.

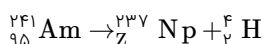
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n' = 3, n = 5, n = 6$$

$$\text{دومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{25 - 9}{9 \times 25} \right)$$

$$\text{سومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{36 - 9}{9 \times 36} \right)$$

$$\Delta\lambda = 100 \times 9 \left(\frac{25}{16} - \frac{36}{27} \right) = \frac{825}{4}$$

باتوجه به ماهیت ذرهٔ آلفا، معادلهٔ واپاشی هستهٔ آمرسیم را نوشته و تعداد نوترون‌های آن را می‌یابیم:



از معادلهٔ واپاشی فوق نتیجه می‌گیریم:

$$Z + 2 = 95 \Rightarrow Z = 93$$

درنهایت تعداد نوترون‌های پنتونیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{Np} : \begin{cases} N + Z = 237 \\ Z = 93 \end{cases} \Rightarrow N = 144$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow 3 : \Delta E = E_R \left(1 - \frac{1}{9} \right) = \frac{8}{9} E_R \\ 4 \rightarrow 6 : \Delta E' = E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) = \frac{5}{144} E_R \end{cases}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9} E_R}{\frac{5}{144} E_R} = 25/6$$

گام اول

الف) نیمه‌عمر یک مادهٔ پرتوزا ۸ روز است \leftarrow روز $T = 8$

ب) پس از ۳۲ روز \leftarrow روز $t = 32$

ج) چند درصد از هسته‌های آن ماده دچار واپاشی می‌شوند؟ \leftarrow = درصد واپاشی

گام دوم

با استفاده از رابطهٔ $\frac{N_0}{N} = 2^n$ داریم:

$$\frac{N_0}{N} = 2^n \Rightarrow \text{درصد واپاشی} = \frac{N_0 - N}{N_0} \times 100 = \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) \times 100$$

با استفاده از رابطهٔ $n = \frac{t}{T}$ و $100 \times \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) = \text{درصد واپاشی}$ ، داریم:

$$\text{درصد واپاشی} = \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{t}{T}}} \right) \times 100 = \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{32}{8}}} \right) \times 100 = \left(1 - \frac{1}{16} \right) \times 100 = \frac{15}{16} \times 100 = 93.75\%$$

الف) انرژی الکترون در تراز $n = ۲$ برابر $E_۲$ است $\leftarrow E_۲ = ?$
 ب) انرژی الکترون در تراز $n = ۳$ برابر $E_۳$ است $\leftarrow E_۳ = ?$

انرژی الکترون در تراز n ام از رابطه $E_n = \frac{-E_R}{n^۲}$ به دست می‌آید ($E_R =$ یک ریذبرگ).
 بنابراین به ترتیب $E_۲$ و $E_۳$ برابرند با:

$$n = ۲ \Rightarrow E_۲ = -\frac{1}{۴}(E_R)$$

$$n = ۳ \Rightarrow E_۳ = -\frac{1}{۹}(E_R)$$

الف) الکترون از تراز $n = ۱$ به تراز $n = ۳$ می‌رود $\leftarrow n_۱ = ۱ \Rightarrow n_۲ = ۳$

ب) شعاع مدار و انرژی الکترون نسبت به حالت قبل به ترتیب چندبرابر می‌شوند؟ $\leftarrow \frac{r_{n_۲}}{r_{n_۱}} = ?$, $\frac{E_{n_۲}}{E_{n_۱}} = ?$

شعاع مدار پایه را a_o در نظر می‌گیریم و طبق رابطه $r_n = n^۲ a_o$ نسبت $\frac{r_{n_۲}}{r_{n_۱}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$r_n = n^۲ a_o \Rightarrow \begin{cases} n_۱ = ۱ \Rightarrow r_{n_۱} = a_o \\ n_۲ = ۳ \Rightarrow r_{n_۲} = ۹a_o \end{cases} \Rightarrow \frac{r_{n_۲}}{r_{n_۱}} = ۹$$

برای به دست آوردن نسبت $\frac{E_{n_۲}}{E_{n_۱}}$ از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^۲}$ استفاده می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^۲} \Rightarrow \begin{cases} n_۱ = ۱ \Rightarrow E_{n_۱} = -E_R \\ n_۲ = ۳ \Rightarrow E_{n_۲} = -\frac{E_R}{۹} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{n_۲}}{E_{n_۱}} = \frac{1}{۹}$$

الکترون از مدار $n = ۳$ به مدار $n = ۴$ می‌رود. شعاع مدار و انرژی آن به ترتیب چندبرابر می‌شود؟ $\leftarrow \frac{r_۴}{r_۳} = ?$, $\frac{E_۴}{E_۳} = ?$: $n = ۳ \Rightarrow n = ۴$

با استفاده از معادله‌های $r_n = n^۲ r_۱$ و $E_n = -\frac{E_R}{n^۲}$ نسبت شعاع مدارها و نسبت انرژی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{r_۴}{r_۳} = \frac{(۴)^۲ r_۱}{(۳)^۲ r_۱} = \frac{۱۶}{۹}$$

$$\frac{E_۴}{E_۳} = \frac{-\frac{E_R}{(۴)^۲}}{-\frac{E_R}{(۳)^۲}} = \frac{۹}{۱۶}$$

ابتدا به کمک رابطه $E = \frac{hc}{\lambda}$ ، انرژی طول موج مطرح شده را به دست می‌آوریم (این انرژی معادل اختلاف انرژی دو تراز خواهد بود)، سپس گذار مربوط به این انرژی را مشخص می‌کنیم. ($\lambda = 660 \text{ nm}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $h = 4/136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4/136 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \approx 1/88 \text{ eV}$$

باتوجه به گزینه‌ها، تنها اختلاف ترازهای ۳ و ۲ می‌تواند فوتونی با این طول موج را گسیل کند.

$$E_3 - E_2 = (-1/51) - (-3/39) = 1/88 \text{ eV}$$

نکته: باتوجه به طول موج ذکر شده $\lambda = 660 \text{ nm}$ مشخص می‌شود که در محدوده طول موج‌های مرئی است پس تراز مقصد رشته بالمر یعنی $n = 2$ می‌باشد.

$$hf \geq W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} \geq W_0 \Rightarrow \lambda \leq \frac{hc}{W_0}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{W_0} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{4/14} = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = W_0 + K_{\max}$$

$$\frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = 2/8 + 4/4$$

$$\lambda = \frac{1/2 \times 10^{-6}}{4/2} \text{ m} \times 10^6 = \frac{1/2}{4/2} = \frac{1}{6} \mu\text{m}$$

گام اول

الف) پس از واپاشی در مدت ۴ نیمه‌عمر $n = 4$

ب) چند درصد از هسته به صورت فعال باقی می‌ماند؟ $\leftarrow \frac{N}{N_0} \times 100 = ?$

گام دوم

به کمک رابطه $N^n = \frac{N_0}{N}$ ، مقدار درصد هسته فعال باقی‌مانده را به دست می‌آوریم:

$$N^n = \frac{N_0}{N} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{16} \quad (*)$$

$$\frac{N}{N_0} \times 100 \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{16} \times 100 = 6/25\%$$

الف) نیمه عمر Sr برابر ۲۸ سال ← $T_{\frac{1}{2}} = ۲۸$ سال
 ب) چند سال طول می کشد تا ۲ میلی گرم از این عنصر به ۱۲۵ میکروگرم کاهش یابد؟
 ← (سال) $t = ?$, $m = ۱۲۵ \text{ mg} = ۱۲۵ \times ۱۰^{-۶} \text{ kg}$, $m_0 = ۲ \text{ mg} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg}$

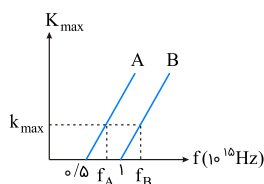
ابتدا تعداد نیمه عمرهای سپری شده را با استفاده از رابطه $N = \frac{N_0}{2^n}$ به دست می آوریم و در رابطه $t = nT_{\frac{1}{2}}$ جایگذاری کرده تا زمان موردنظر را تعیین کنیم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{\frac{N_0}{N} = \frac{m_0}{m}} 2^n = \frac{۲ \times ۱۰^{-۳}}{۱۲۵ \times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow 2^n = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

$$t = nT_{\frac{1}{2}} \Rightarrow t = ۴ \times ۲۸ = ۱۱۲ \text{ سال}$$

*نکته: نسبت تعداد هسته های پرتوزای یک ماده، قبل و بعد از پرتوزایی، با نسبت جرم های آن ماده در این حالت ها، برابر است: $\frac{N_0}{N} = \frac{m_0}{m}$

باتوجه به اینکه سرعت سریع ترین الکترون های خارج شده از دو فلز باهم برابر است، یعنی بیشینه انرژی جنبشی آن ها باهم برابر می باشد، با استفاده از شکل به سادگی می توان فهمید برای یکسان شدن K_{\max} باید $f_B > f_A$ باشد.

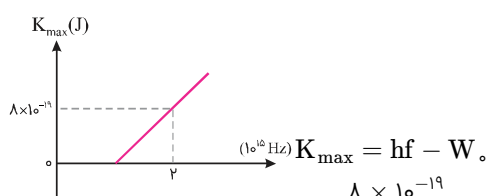


$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = h\frac{c}{\lambda} - W_0$$

باید دقت کنیم که در رابطه بالا انرژی ها برحسب eV نوشته می شوند؛ باتوجه به $\frac{[J]}{[e]} = [eV]$ داریم:

$$\frac{\frac{1}{2} \times 9 \times ۱۰^{-۳۱} v_m^2}{1/6 \times ۱۰^{-۱۹}} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۱۵} \times ۳ \times ۱۰^8}{۳۰۰ \times ۱۰^{-۹}} - ۴/۲$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times ۱۰^{-۳۱} v_m^2}{۲ \times 1/6 \times ۱۰^{-۱۹}} = ۶ - ۴/۲ \Rightarrow v_m^2 = ۶۴ \times ۱۰^{۱۰} \Rightarrow v_m = ۸ \times ۱۰^5 \text{ m/s}$$



مطابق نمودار:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{۸ \times ۱۰^{-۱۹}}{1/6 \times ۱۰^{-۱۹}} = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \times ۲ \times ۱۰^{۱۵} - W_0 \Rightarrow W_0 = ۳ \text{ eV}$$

$$K_{\max} = h\frac{c}{\lambda} - W_0 = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \frac{۳ \times ۱۰^8}{۳۰۰ \times ۱۰^{-۹}} - ۳ = ۱ \text{ eV} = 1/6 \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J}$$

تعداد هسته‌های باقی‌مانده از یک ماده پرتوزا پس از n نیمه‌عمر مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{2^5} = \frac{N_0}{32}$$

در نتیجه درصد هسته‌های واپاشیده برابر است با:

$$\text{هسته‌های باقی‌مانده} - \text{هسته‌های اولیه} = N_0 - \frac{1}{32}N_0 = \frac{31}{32}N_0 = 97\%N_0$$

$$\Rightarrow \text{درصد هسته‌های واپاشیده} = 97\% \times 100 = 97\%$$

در واپاشی β^- یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود که الکترون از هسته خارج می‌شود ولی پروتون در هسته باقی می‌ماند:

عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد افزایش می‌یابد $\Rightarrow Z' = Z + 1$: عدد اتمی

عدد جرمی (مجموع نوکلئون‌ها) ثابت می‌ماند $\Rightarrow A' = A \Rightarrow A' = Z + 1 + N - 1 = Z + N \Rightarrow A' = A$: عدد جرمی

باتوجه به رابطه $W_0 = hf_0$ داریم:

$$\begin{cases} W_0 = hf_0 \\ h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \Rightarrow 2/5 = 4 \times 10^{-15} \times f_0 \Rightarrow f_0 = 6/25 \times 10^{14} \text{ Hz} = 625 \text{ THz} \\ W_0 = 2/5 \text{ eV} \end{cases}$$

گام اول

الف) نیمه‌عمر ماده پرتوزا t ثانیه $\leftarrow T_{1/2} = t(s)$

ب) پس از $3t$ ثانیه، نسبت جرم واپاشیده به جرم باقی‌مانده کدام است؟ $\leftarrow \frac{m_0 - m}{m} = ?$ جرم واپاشیده
جرم باقی‌مانده

گام دوم

ابتدا به کمک رابطه $n, N = \frac{t}{T_{1/2}}$ را حساب کرده و در معادله $N^n = \frac{N_0}{N}$ جایگذاری می‌کنیم تا در نهایت جرم باقی‌مانده را برحسب جرم اولیه به دست آوریم و

نسبت جرم واپاشیده‌شده به جرم باقی‌مانده را تعیین می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow n = \frac{3t}{t} = 3$$

$$N^n = \frac{N_0}{N} \xrightarrow{\frac{N_0}{N} = \frac{m_0}{m}} N^3 = \frac{m_0}{m} \Rightarrow m = \frac{m_0}{N^3} = \frac{m_0}{8} \quad (*)$$

$$\frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی‌مانده}} = \frac{m_0 - m}{m} \stackrel{(*)}{=} \frac{m_0 - \frac{m_0}{8}}{\frac{m_0}{8}} = 7$$

*نکته: نسبت تعداد هسته‌های پرتوزای یک ماده، قبل و بعد از پرتوزایی، با نسبت جرم‌های آن ماده در این حالت‌ها، برابر است: $\frac{N_0}{N} = \frac{m_0}{m}$

الکترون روی تراز $n = ۴$ ، پرانرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند تابش کند چند ریدبرگ است؟ \leftarrow (ریدبرگ) $\frac{\Delta E}{E_R} = ?$: $n = ۴ \Rightarrow n' = ۱$

باتوجه به اینکه پرانرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند تابش کند در حالتی است که به مدار $n' = ۱$ برود و با استفاده از معادله $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، انرژی موردنظر سؤال را محاسبه می‌کنیم $(\frac{\Delta E}{E_R})$:

$$\Delta E = E_f - E_i \Rightarrow \Delta E = \left(-\frac{E_R}{16}\right) - \left(-\frac{E_R}{1}\right) = \frac{15}{16}E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{E_R} = \frac{15}{16}$$

بلندترین طول موج در هر رشته مربوط به $n = n' + ۱$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

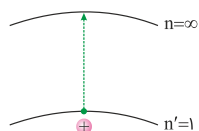
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = 656 \text{ nm}$$

رشته بالمر : $n' = ۲$, $n = ۳ \Rightarrow$

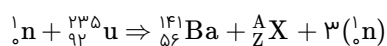
با استفاده از رابطه ریدبرگ طول موج موردنظر را می‌یابیم:

$$n = ۳ \quad , \quad n' = ۲ \quad , \quad R_H = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = 720 \text{ nm}$$



$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$



$$۱ + ۲۳۵ = ۱۴۱ + A + ۳ \Rightarrow A = ۹۲ \quad \text{عدد جرمی}$$

$$۰ + ۹۲ = ۵۶ + Z + ۰ \Rightarrow Z = ۳۶ \quad \text{(تعداد پروتون‌ها)}$$

$$۵۶ = ۹۲ - ۳۶ = \text{عدد جرمی} - \text{عدد اتمی} = \text{تعداد نوترون‌ها}$$

باتوجه به اینکه فلز گداخته موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند، طیف نشری است نه جذبی. ازطرفی طیفی که از جامدها و یا مایع‌های مذاب گسیل می‌شود، پیوسته است؛ یعنی بین طول موج‌های مختلف آن فاصله‌ای وجود ندارد؛ پس طیف فلز گداخته، طیف نشری پیوسته است.

الف) در هسته‌های اولیه مادهٔ پرتوزا پس از ۹ سال $\frac{12}{5}$ درصد باقی می‌ماند $\leftarrow \frac{N}{N_0} = \frac{5}{12}$, سال ۹ $t =$
 ب) نیمه‌عمر ماده چند سال؟ $\leftarrow T_{\frac{1}{2}} = ?$

ابتدا به کمک رابطهٔ $\lambda^n = \frac{N_0}{N}$, n را محاسبه کرده و در رابطهٔ $t = nT_{\frac{1}{2}}$ قرار می‌دهیم تا نیمه‌عمر به دست آید:

$$\lambda^n = \frac{N_0}{N} \Rightarrow \lambda^n = \frac{1}{5/12} = 12/5 \Rightarrow n = 3$$

$$t = nT_{\frac{1}{2}} \Rightarrow 9 = 3 \times T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 3 \text{ سال (نیمه‌عمر)}$$

$$\frac{P_{\text{زرد}}}{P_{\text{بنفش}}} = \frac{\frac{E_{\text{زرد}}}{\cancel{\lambda_{\text{زرد}}}}}{\frac{E_{\text{بنفش}}}{\cancel{\lambda_{\text{بنفش}}}}} = \frac{n_{\text{زرد}} hf_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}} hf_{\text{بنفش}}} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{\lambda_{\text{بنفش}}}{\lambda_{\text{زرد}}}$$

$$\Rightarrow \frac{200}{200} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{400 \text{ nm}}{600 \text{ nm}} \Rightarrow \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} = \frac{3}{2}$$

گام اول: طبق رابطهٔ $K_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را به دست می‌آوریم:

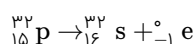
$$K_{\text{max(A)}} = \frac{hc}{\lambda} - W_{0(A)} = \frac{12 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-9}} - 4/5 = 3/5 \text{ eV}$$

$$K_{\text{max(B)}} = \frac{hc}{\lambda} - W_{0(B)} = \frac{12 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-9}} - 3 = 5 \text{ eV}$$

گام دوم: درصد اختلاف بیشینهٔ انرژی جنبشی‌های به‌دست‌آمده برابر است با:

$$\frac{K_{\text{max(A)}} - K_{\text{max(B)}}}{K_{\text{max(A)}}} \times 100 = \frac{3/5 - 5}{5} \times 100 = -30\%$$

واکنش هسته‌ای (مطابق زیر)، با ذرهٔ بتای منفی کامل می‌شود.



$$n = n' + 1 = 4 \Rightarrow \lambda_{\text{max}}$$

$$n = \infty \Rightarrow \lambda_{\text{min}}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 900 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 9/10 \mu\text{m}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} \simeq 2000 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} \simeq 2 \mu\text{m}$$

باتوجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$ و $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ خواهیم داشت:

$$\frac{f}{c} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{f = 562/5 \times 10^{12} \text{ Hz}, R_H = 0/01 \text{ nm}^{-1}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}} \frac{562/5 \times 10^{12}}{3 \times 10^8} = 10^{-7} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow 0/1875 = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

باتوجه به گزینه ها و قرار دادن آن ها در رابطه بالا، گزینهٔ "۳" در آن صدق می کند و صحیح است یعنی:

$$n = ۴ \text{ و } n' = ۲$$

گام اول

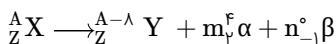
الف) انرژی الکترون در مدار اول (E_1) برابر $13/6 \text{ eV}$ ← الکترون ولت $E_1 = -13/6 \text{ eV}$
 ب) انرژی الکترون در مدار دوم (E_2) چند الکترون ولت؟ ← $E_2 = ? \text{ eV}$

گام دوم

با استفاده از رابطهٔ $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ را نوشته و انرژی الکترون در مدار دوم را محاسبه می کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-\frac{E_R}{2^2}}{-\frac{E_R}{1^2}} \Rightarrow \frac{E_2}{-13/6} = \frac{1}{۴} \Rightarrow E_2 = -3/۴ \text{ eV}$$

روش تستی: اگر در یک واکنش هسته ای عدد اتمی هستهٔ مادر و هستهٔ دختر مساوی باشند، تعداد ذرات بتا دو برابر تعداد ذرات آلفا خواهد بود؛ بنابراین تنها گزینهٔ "۲" صحیح است.
 روش محاسباتی:



$$A = A - \lambda + m \times ۴ + n \times 0 \Rightarrow m = ۲ \text{ آلفا}$$

$$Z = Z + m \times ۲ + n \times (-۱) \xrightarrow{m=۲} n = ۴ \text{ بتا}$$

معادلهٔ واپاشی عنصر ${}_{11}^{11}\text{C}$ را که از خود یک پوزیترون تابش می کند می نویسیم:

$${}_{11}^{11}\text{C} \rightarrow {}_Z^AX + {}_{+1}^0\text{e}^+ \Rightarrow \begin{cases} A + 0 = 11 \Rightarrow A = 11 \\ Z + 1 = 6 \Rightarrow Z = 5 \end{cases} \Rightarrow {}_Z^AX = {}_5^{11}\text{B}$$

باتوجه به ماهیت ذرهٔ α (${}_2^4\text{He}$)، معادلهٔ واپاشی اورانیوم را نوشته و عنصر موردنظر را پیدا می کنیم:

$${}_{92}^{۲۳۸}\text{U} \rightarrow {}_Z^A\text{He} + {}_Z^AX \Rightarrow \begin{cases} A + ۴ = ۲۳۸ \Rightarrow A = ۲۳۴ \\ Z + ۲ = 92 \Rightarrow Z = 90 \end{cases} \Rightarrow {}_{90}^{۲۳۴}\text{Th}$$

باتوجه به اینکه α هسته اتم هلیوم است ${}^4_2\text{He} \equiv \alpha$ ؛ وقتی از یک هسته، ذره α گسیل می‌شود عدد جرمی هسته به اندازه عدد جرمی هلیوم کاهش می‌یابد.

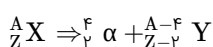
باتوجه به اینکه n شماره تراز مبدأ و n' شماره تراز مقصد الکترون است، از رابطه بالا داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

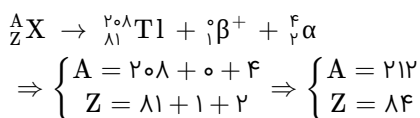
$$\frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{3}{9 \times 12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9 \times 4} \Rightarrow n = 6$$

با واپاشی آلفا، عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد.



واپاشی به صورت زیر انجام می‌گیرد:



باتوجه به رابطه انیشتین در پدیده فوتوالکتریک $K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ درمی‌یابیم که برای افزایش بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک می‌توان بسامد نور فرودی را افزایش یا معادلش طول موج این نور را کاهش داد و یا تابع کار فلز را کاهش داد (دقت شود منظور از شدت نور فرودی، تعداد فوتون‌های نور است که با افزایش یا کاهش آن بیشینه انرژی جنبشی تغییری نمی‌کند).

شکل مربوط به پدیده فوتوالکتریک است.

پدیده فوتوالکتریک: خروج الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور با بسامد مناسب به آن.

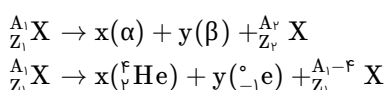
گام اول

الف) بدون تغییر عدد اتمی $Z_1 = Z_2 \leftarrow$

ب) عدد جرمی آن ۴ واحد کم شود $A_2 = A_1 - 4 \leftarrow$

گام دوم

معادله واپاشی عنصر فرضی را نوشته و تعداد ذره‌های گسیلی را مطابق شرایط خواسته شده به دست می‌آوریم: (ذره آلفا: ${}^4_2\text{He}$ و ذره بتا: ${}^0_{-1}\text{e}$)



$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = 4x + (0 \times y) + A_2 - 4 \Rightarrow x = 1 \quad (*) \\ Z_1 = (2x) + (-1 \times y) + Z_2 \Rightarrow 2x - y = 0 \xrightarrow{(*)} y = 2 \end{cases}$$

(تعداد ذرات آلفا) (*)

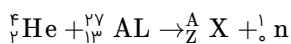
(تعداد ذرات بتا) (*)

جرم نوترون و پروتون $(ZM_p + NM_n)$ از جرم اتم (M_x) بیشتر است و هرچه این اختلاف جرم بیشتر باشد، طبق رابطه $\Delta E = \Delta(Mc)$ ، نشان‌دهندهٔ بزرگی انرژی بستگی هسته است.

در واکنش‌های هسته‌ای دو اصل برقرار است:

۱- مجموع عدد جرمی ذرات و هسته‌های موجود در دو طرف واکنش برابر است.

۲- مجموع عدد اتمی ذرات و هسته‌های موجود در دو طرف واکنش برابر است.



$$\begin{cases} 4 + 27 = A + 1 \Rightarrow A = 31 - 1 = 30 \Rightarrow A = 30 \\ 2 + 13 = Z \Rightarrow Z = 15 \end{cases}$$